

# 脈拍で振り子の等時性を発見する生徒実験

石川昌司

北海道札幌啓成高等学校

あらまし 勤務校普通科第1学年で文理共通週1時間の「理科基礎実験」を行っている。この物理テーマとして「時間を測る」と題して、ガリレオにならって、脈拍で振り子の等時性を発見的に学習する実験を取り入れた。この授業結果を、生徒が得た測定データの統計を示しながら報告する。

キーワード 振り子の等時性, ガリレオ

## 1. はじめに

筆者の勤務校では、2003年度からの新カリ1年生に対して行う理科総合Aの2単位のうち、1単位を「理科基礎実験」と名付けて、物理・化学・生物・地学の4分野の実験を1年間かけて行うことになった。

この実験授業の物理分野の最初のテーマとして、「時を測る」という時間概念についての授業を行った。

配当時間は2時間。1時間目は、暦の歴史の講義と、教室でもできる脈拍の実験、2時間目は物理実験室で振り子の等時性のグループ実験を行った。筆者は第1学年普通科8クラス中5クラスを担当、生徒数約200人を指導した。

## 2. 実験

実験に際して、プリントまたは口頭で生徒に与えた指示は次の通り。

### A. 脈拍リズムは時計のかわりに使えるか？

(1)参加者全員が、着座した姿勢で静かに穏やかな気持ちをつくる。基準者(教員)は自分の脈を見ながら、スタートの号令をかける。その他の人は自分の脈の数を数え始める。基準者は自分の脈がちょうど50回目になったときにストップの号令をかける。各自はそれまでに数えた自分の脈の数を記録用紙に書く。

(2)次に、参加者はある種の運動を一定時間

行う。その後で、(1)と同様な方法で脈拍の数を数え、その結果を記録用紙に書く。

### B. ガリレオは振り子の等時性をどのようにして発見したか

(1)班内で1人だけ計時係を決める。

(2)糸におもりを結んで長さが40~50cmくらいの簡単な振り子をつくる。この振り子を揺らしたときの、10往復に要する時間を計時係が自分の脈拍の数で測る。

(3)揺れの幅が、糸が鉛直に対してなす最大の角度が30度くらいのときと、10度くらいのときの10往復に要する時間を計時係の脈拍の数で測り、比較する。さらに糸がなす最大角が45度くらいのときはどうか、同様の方法で10往復に要する時間を測り記録する。

(4)振り子のおもりの質量を変えると振り子の周期(=振り子が1往復するのに要する時間)はどのように変化するか。おもりの質量を変えて、同様の方法で10往復に要する時間を測り記録する。

### C. 振り子の長さで振り子の周期の関係を調べる

(1)この実験からはストップウォッチを使う。ストップウォッチは計時係が持つ。

(2)振り子の長さで振り子の周期の関係を調べるため振り子の長さを50cm, 45cm, 40cm, 35cm, 30cm, 25cmのそれぞれの場合で10往復に要する時間をストップウォッチで正確に測定する。この場合、振り子の長さ

とは支点からおもりの重心までの直線距離のこと。振り子の長さが指定の長さに正確に一致させられない場合は、むしろそういう場合の方が普通だが、実際の糸の長さを記録すること。例えば 49.5cm というように。

(3) パソコンの表計算ソフトに測定結果を入力し、振り子の長さ  $L$  と 10 往復に要する時間  $T$  の間の関係を調べる。

自動グラフ機能を用いて、横軸が  $L$ 、縦軸が  $T^n$  のグラフを書く。  $n$  の値を 1.0 から少しずつ変化させて、データが原点を通る直線上に最もよく並ぶような  $n$  の値を捜す。

**A (2)** の一定時間の運動には、ヒンズー・スクワットを 30 秒間行った。

**B** と **C** で用いる振り子は、釣りのおもりを布製の袋に入れ木綿糸で鉄製スタンドの腕から吊り下げた簡便なものを使用した。

**C** で、時間はデジタル式ストップウォッチ、振り子の長さは巻き尺で測った。

**C** のデータ処理には、物理実験室の PC10 台、ソフトはエクセルを用いた。

表 1：平静時の脈拍数のばらつき

測定値の変化	人数
-9	0
-8	0
-7	3
-6	3
-5	4
-4	11
-3	14
-2	24
-1	20
0	31
1	21
2	20
3	10
4	11
5	6
6	5
7	2
8	3
9	0

### 3. 結果

#### A-1. 平静時の脈拍数の変化

教師の 50 回の脈拍数の間に、生徒は自分の脈拍を数え、その結果を記録用紙に記入する。その後手を挙げさせて、クラス内で脈拍数の分布がどうであったか、おおざっぱに調査をする。その結果は、少ない生徒は 30 回以下、多い生徒は 60 回以上などとなり、生徒達は、脈拍リズムが大変個人差の大きいものであることを知る。

しかし、この実験を 2 回続けて行くと、同一個人については、脈拍リズムはほぼ一定になっていることがわかる。

この同一個人連続 2 回の測定値のばらつきについて、後日生徒が提出したレポートを元に調べてみた。その結果を表 1 に示す。さらに図 1 はこの分布を標準偏差 3.066 の正規分布のグラフと重ねてみたものである。これを見ると、測定値の変動はほぼ正規分布的になることがわかる。

今回の実験では、標準偏差が大きくなってしまった。その理由であるが、生徒は自分の脈を見ることに慣れていないため、数え間違えている可能性がかなりある。練習をさらに積めば、標準偏差はかなり小さく押さえることができるだろう。

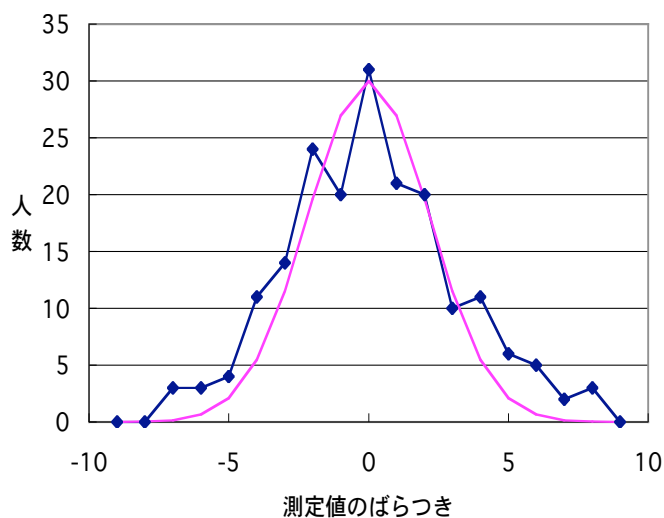


図 1：平静時の脈拍数のばらつき

### 「A-2. 運動後の脈拍数の変化」の結果

運動の直前直後で脈拍リズムがどのくらい変化するかを調べる。もちろん基準者（教師）は運動しない。

これも実験直後に手を挙げさせて、実験結果がクラス内でどのように分布したかをその場で調査する。20 回程度脈拍数が増加した生徒が多い。（図2）

この結果から、脈拍リズムはそのときの自分の身体条件によって大きく変動することを生徒達は理解する。

### 「B. 振り子の等時性」の結果

ひとつ目の、振幅依存性についての実験では、角度振幅が、 $10^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$  の3通りについて、脈拍数の測定値が一致することが期待されるのだが、3つの測定値のばらつきを、生徒の提出レポートをもとに調査し、実験班の数の統計として図3に示した。

同様に、ふたつ目の、おもりの重さへの依存性の実験結果についても、測定値のばらつきを同じように調査し、実験班の数の統計で図4に示した。

これらのグラフの横軸は分散である。分散が0とは、3つの測定値がすべて一致している（ばらつきなし）ことを意味している。分散 0.33 とは、3つの測定値のうちひとつだけが他のものと1だけ異なっていたことを意味している。

結果は、1つ目の振幅への依存性では、56%の生徒班が分散 0.33 以内に収まっており、2つ目の、おもりの質量に対する依存性では、74%の班が、同様に、分散 0.33 以

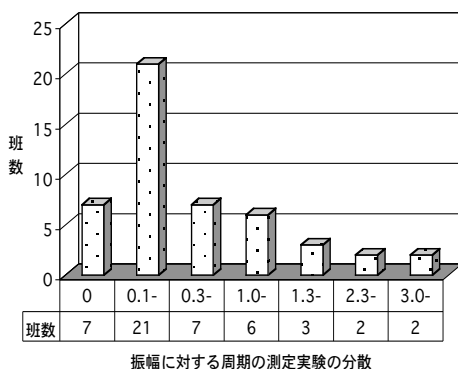


図3：振幅の変化に対する等時性の検証

内に収まっていることがわかる。

この結果から、脈拍を時計がわりに用いて振り子の等時性を確かめさせる目的は、かなり達成できていると見なしてよいと思う。

反対に、よい結果が得られなかった生徒班の、誤差の原因として考えられるのは、脈拍数のカウントミスの可能性もあるが、振り子の10往復の数えかたそのものに問題がある場合も多かったように思う。来年度同じ実験を指導するときの注意すべき点である。

### 「C. 振り子の長さや振り子の周期の関係を調べる」の結果

この実験では、時間はデジタルストップウォッチで測るので、時計の精度については、ほぼ問題がない。得られたデータはその場ですぐパソコンの表計算ソフトに打ち込み、グラフ化する。

従来、単振り子の実験でのデータ処理の

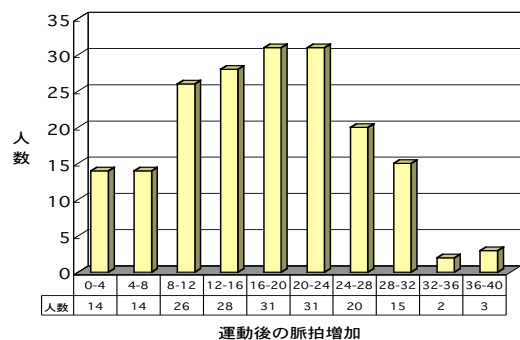


図2：運動時の脈拍数の増加

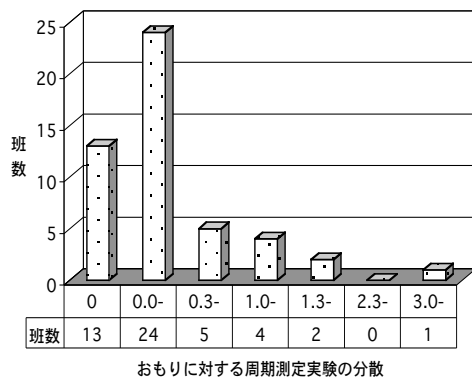


図4：おもりの質量変化に対する等時性の検証

方法では、横軸に振り子の長さをとって、縦軸に得られた周期データを2乗しグラフにプロットするか、または、縦軸は周期データをそのまま使い、横軸を振り子の長さの平方根でプロットすることで、近似直線を引いて、比例関係を見るのが一般的である。

しかし、今回の実験は、発見法的な探求活動を意図し、最適累乗則を捜すシミュレーションを班毎に行うこととした。その一例を示す。(図5, 図6)

さらに図7は、生徒の提出レポートから見た、R<sup>2</sup>乗検定 0.97 以上の班で(計 39 班)、どのような累乗則を見いだしたかを調査し、実験班の数の統計として示したものである。

#### 4. おわりに

1583年、当時19才のガリレオは、ピサの大聖堂で、大天井から吊されていたシャンデリアが風に揺れているのを見て、その一往復に要する時間は、振幅の大小によらずいつも一定であることに気づき、自分の脈を用いてその考えが正しいかどうかをその場で確かめてみたという。さらに、その後自宅に帰って、自作の振り子と水時計を使って実験し、このことをより正確に確かめた。これが、ガリレオの有名な「振り子の等時性」の発見の物語である。ただし、この話は史実ありのままではなく、ピサの大聖堂のシャンデリアは1583年当時まだなかったらしい。

しかし、ガリレオが振り子の等時性の発見者であることは疑いない。その時、時間は何で測ったのだろうか。最終的に確証を得たのは実験室での実験であったろうが、その前に、どこかの大きな振り子を見ていて、その周期を自分の脈で測って、振り子の等時性に気づいた、ということは大いにありそうなことのように思う。

クォーツ時計の精度が当たり前になって

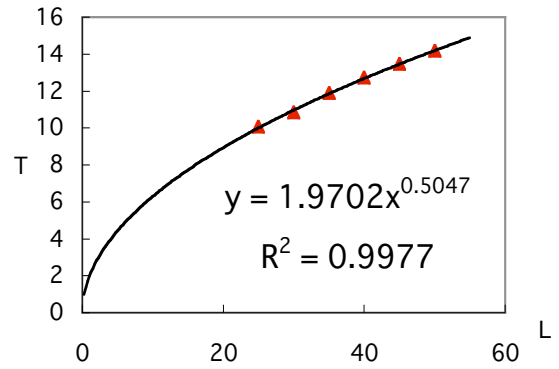


図5：T-Lグラフの一例

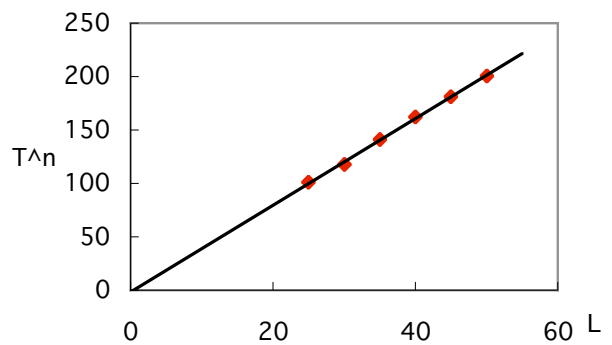


図6：T<sup>n</sup>-Lシミュレーションの一例

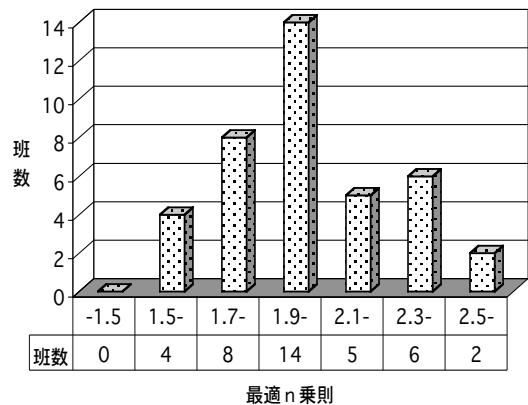


図7：累乗則シミュレーションの結果の生徒班の分布

いる現代の高校生に、ガリレオが行ったとされる、脈拍で振り子の等時性を発見させる実験と、発見法的なシミュレーションで振り子の周期の2乗則を見つける探求型の実験は、生徒に科学や科学者に興味を持つきっかけを与えると期待できる。