

中高の教科書における力のつり合いの定義 及び同実験の教育的意義について

北海道長沼高等学校 石川 昌司

高校教科書で扱われている3力のつり合いの実験は、誤差が大きくその他にも問題が多い。中学校理科から高校物理にかけて、力のつり合いがどのように扱われているか調査してみた。その上で3力のつり合いの実験の意義を科学的な観点も取り入れて再定義し、筆者のこれまでの実践と合わせて紹介する。

キーワード 2力のつり合い、3力のつり合い、力の合成、力の平行四辺形の法則

1. はじめに～高校教科書に載っている3力のつり合いの実験の問題点

力のつり合いの法則は、運動の三法則に先立って学習すべき基礎基本の法則である。この法則に関して、多くの高校教科書には、小さな金属製リングを水平面内で3方向に引き、静止させたときのばねばかりの示す力と向きを調べる実験（以下「3力のつり合いの実験」と呼ぶ）が載っている。（図1）

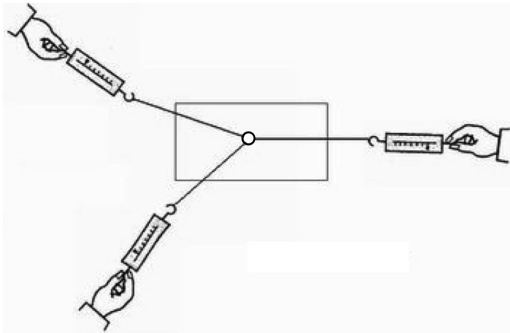


図1

筆者は、この実験は、よほど注意して指導しないとつり合いの法則の意味を生徒に正しく伝えられないと考えている。

まず、上記のばねばかりが示す力のベクトル和を求めると0になるはずが——本来鉛直に用いるべきばねばかりを水平に使用していることから生じる誤差を事前に調整しているにも関わらず——ほとんどの場合、完全な0にはならない。この0からのずれを「誤差」と見るのか「合力」と見るのかによって、この実験の解釈は全く違ったものになる。

はじめにあえて「合力」と見る立場で考えてみる。この場合、なぜ加速度が生じないのかという疑問が生じる。この実験で用いられる金属製リングの質量は普通1g以下だから、「合力」の大きさがわずか1gw程度であったとしても、計算上生じる加速度は 10m/s^2 程度かそれ以上という大きな値

になる。もちろん実際にはそのような加速度は生じない。

では、このずれを「誤差」と見る立場に立つとしよう。指導する物理教師の多くはこの立場に立っているものと思われる。しかしこの立場も、よく考えるとおかしなことに気がつく。なぜなら、対照実験として、装置全体を多少加速度運動させて同じ実験を行ったとしても、“3つのばねばかりの力の和がほぼ0”という結果はほとんど変わらないだろうからである。その理由は、やはり金属製リングの質量が非常に小さいからである。結局、3つのばねばかりの力の和が0に近いという結果は、静止状態の専売特許ではなく、加速度運動状態であっても成り立つことになる。しかし、そんな法則は物理法則として意味がないし、なにより物理学的に誤りである。

この実験の指導はよほど注意をしなければならないと先に書いた理由をわかっていただけたらどうか。

2. 中学校教科書での力のつり合いの扱い

中学校では、まず1年生で「力のはたらき」について学習する。中1理科の教科書には、力のはたらきとして次の3点が上げられている。¹⁾

【力のはたらき】

- ① 物体の形を変える
- ② 物体の運動のようすを変える
- ③ 物体を持ち上げたり支えたりする

中2理科には、力に関する単元はない。

中学3年でいよいよ「力のつり合い」が登場する。はじめに「力がつり合っている」とはどういう状態を指すのかが説明される。²⁾

枝にぶら下がっているリングには、(中略)・・・この2つの力のはたらきによって、リングは静止している。
このように、ひとつの物体に2つの力がはたらいても

物体が動かないとき、この2つの力はつり合っているという。

この文章は力のつり合いを定義していると言っていいだろう。

この後、2力のつりあいの実験が出てくる。代表的なものは、縁に何か所か穴を空けた厚紙を用意し、その厚紙を静止状態に保ちながら2本のばねばかりで引っ張ったときの、ばねばかりが示す値、2つの力の向き、2つの力の位置関係、を調べるといふものである。

実験結果は次のようにまとめられる。²⁾

実験1の結果から、物体にはたらく2つの力がつり合っているとき、この2つの力の関係は、次のようになっている。

- 1 2つの力がつり合っているとき、2つの力の大きさは等しい。
- 2 2つの力がつり合っているとき、2つの力の向きは逆である。
- 3 2つの力がつり合っているとき、2つの力は一直線上である。

次に、直線上の2力の合成の法則に進む。²⁾

【教科書本文】

2つの力を、ひとつの力でおきかえることができる。この力を合力といい、合力を求めることを力の合成という。

【図の説明文(図は省略)】

一直線上で同じ向きにはたらく2つの力を合成すると、合力の大きさは2つの力の大きさの和になり、合力の向きは2つの力と同じ向きになる。

一直線上で反対向きにはたらく2つの力を合成すると、合力の大きさは2つの力の大きさの差になり、合力の向きは大きいほうの力と同じになる。

【「考えよう」】

物体にはたらく2つの力がつり合っているとき、この2つの力の合力はどうなるか。

「考えよう」の目的は、力がつり合っている状態とはすなわち静止している状態であり、つまり力がはたらいていない状態と同じ状態なので、合力は定義により0になるが、これが直線上の2力の合成の法則と矛盾しないことを確認することにある。

次に、角度のついた場合の2力の合成の法則(力の平行四辺形の法則)を調べる実験がある。

そして最後に「慣性の法則」が出てくる。以下に代表的な「慣性の法則」の表現の例を上げておく。²⁾

力がはたらいていない物体や、はたらいている力がつり合っている物体は、(中略)等速直線運動を続けたり、静止の状態を続けたりする。これを慣性の法則という。

※下線は筆者

「力がつり合っている状態」とは「物体が静止し続けている状態」を表すとしてすでに「定義」されていたはずであるが、ここではほとんど同じ内容を「法則」と言っている。定義が成り立つのはそれが定義なのだから当たり前ではないか、という意見が出そうである。

別の角度からこれらの用語の定義の関係について考えてみよう。次のような生徒Sと教師Tの対話を想像してみる。

S「力には物体を動かすはたらきがあることはわかりました。ところで、力がはたらいているのにこの物体が静止したままなのはなぜですか？」

T「物体にはたらいている力がつりあっているからです。」

S「力がつり合っているとはどういう状態のことですか？」

T「物体にはたらいている力の合力が0ということです。合力とは、今ある物体に同時に2つ以上の力がはたらいているとして、これらと同じはたらきをするひとつの力のことです。したがって、合力0の状態とは何も力がはたらいていないのと同じ状態ということです。」

S「なぜ力がはたらいていないのと同じ状態だということがわかるのですか？」

T「この物体が静止したままだからです。」

S「????」

Sは「なぜこの物体は静止したままなのですか？」とTに尋ねたのだが、Tの答えは巡り巡って、結局「静止したままだからです」に戻ってしまった。2人の対話は完全に循環してしまっている。その原因は、下線を引いた4つの言葉は、その定義がこの4つの言葉の内部で互いに他を参照する形になっているので、説明のために別の言葉に言い換えても一巡した後は同じ言葉を繰り返すより他に方法がなくなることにある。これらの言葉がどのように関連しているかを模範的に表すと次のようになる。(図2)

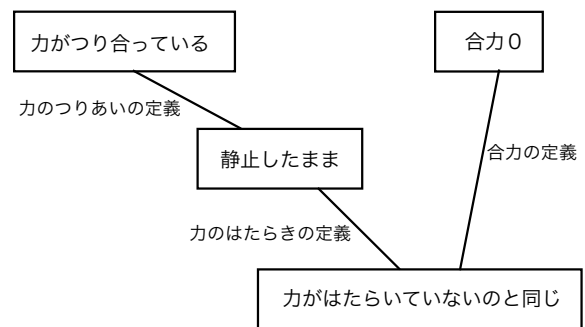


図2

さらに、別教科書には次のような記述もあった。³⁾

止まっている物体だけでなく、動いている物体でも力がつり合っている場合がある。
 例えば、平らな道路を走る自転車では、(中略)・・・
 このとき、力がつり合っており、自転車は等速直線運動をする。

完全に「慣性の法則」と同じことを言っている。この引用部分は、「力がつり合っている状態」を「物体が静止し続けている状態」と定義した直後に、その定義の拡大という文脈で出てくる。前述の繰り返しになるが、これでは、「『慣性の法則』は定義なのだから成り立つのは当たり前ではないか」と考える生徒が出てきてもおかしくはないように思うが、いかがだろうか。

3. 高校での力のつり合いの扱い

高校の教科書では力のはたらきを次のように説明している。⁴⁾

物理では、物体を変形させたり、物体の運動の状態を変えたりする原因となるものを力と呼ぶ。

出版社による差はほとんどない。ここから「慣性の法則」までは、だいたい次のような構成になっていることが多い。

- 「力の合成」「力の分解」「力の成分」
- 「力のつり合い」
- 「3力のつり合いの実験」
- 「作用・反作用の法則」
- 「慣性の法則」

「力のつり合い」という言葉の定義については、中学校と同じ定義をしている教科書が多い⁵⁾ 中で、「ひとつの物体にいくつかの力が同時にはたらいていても、それらの合力が0であるときには、これらの力はつり合っているという。」と、中学校とは異なる定義をしている教科書もある。⁴⁾ この場合の「合力」が何を指すかであるが、この教科書では、「力のつり合い」の前に「力の合成の法則(=力の平行四辺形の法則)」を扱っているので、「合力」とは「力の合成の法則(=力の平行四辺形の法則)」を用いて合成した力という意味で使っていると思われる。この場合は、「合力」と「物体にいくつかの力が同時にはたらいているとき、これらの力の組と同じはたらきをするひとつの力」が一致するのは、「定義」ではなく「法則」ということになる。ここに論理的な矛盾はない。

次の表は、前者のように中学校と同じ定義を用いている教科書を教科書A、後者を教科書Bとして、「力のつり合いの

定義」「実験」「実験結果から期待される法則」の3点について比較してみたものである。ただし、教科書の忠実な引用ではなく、筆者の解釈に基づいて、文言を付け加えたり意識したりしている。特に「実験」と「実験結果から期待される法則」については、筆者の推測が多分に含まれていることを最初に断っておく。

	教科書A	教科書B
義	複数の力がはたらいていても、その物体が静止したままのとき、物体にはたらく力はつり合っているという。	合力が0であるとき、これらの力はつり合っているという。
実験	力がつり合っているとき(=物体が静止したままのとき)、はたらいている力にはどのような規則性が存在するかを調べる実験。	力がつり合っているとき(=合力が0のとき)、その物体はどのような運動をするかを調べる実験。
待される法則	力がつり合っているとき、物体にはたらいている力のベクトル和は0である。	力がつり合っているとき、静止している物体は静止したままになる。

(注)教科書Bにおける「合力」とは、「物体にはたらいているすべての力を力の合成の法則を用いて合成した力」という意味で使用している。

A、Bともに気になるのは「実験」である。教科書Aの実験に問題があることははじめに述べた。教科書Bの実験は、筆者の推測の通りであれば、さらに非現実的である。なぜなら、この場合は実験条件としてまず「合力0(=力の合成の法則を用いて合成した力が0)」を実現しなければならないが、実験装置全体を静止させた状態では、通常、そのような状況にならない。したがって、装置全体を微妙な加速度で運動させることになるが、それでも合力を完全に0にすることは非常に難しい。また、仮に実現できたとしてもそこから得られる結論は物理学的に誤りである。筆者が考えるに、教科書Bは実際に実験をすることを想定していないか、もしくは教科書Aと同様に、「静止したままの物体」にはたらいている力は「合力がほぼ0(=力がほぼつり合っている状態)」になっていることを確かめればよいと考えているのだろうと思う。

一方、教科書Aには実験以外にも大きな問題が残る。それは、前節で述べた中学校の教科書の問題と同様、「力がつり合っている状態」の定義が、「慣性の法則」とほぼ同じ内容になってしまっている点である。これでは「慣性の法則」が

「法則」ではなく「定義」になってしまう。この矛盾を避けるには、「慣性の法則」の表現を、例えば「物体に力がはたらいていないか、またははたらく力のすべてを力の合成の法則を用いて合成した力が0となるとき、その物体は静止し続けるかまたは等速直線運動をする」とするなどの方法が考えられるが、複雑になり過ぎて学習者には負担に感じられるだろう。

より一般的な物理学のテキストでは、「力のつり合い」はどのように定義されているのだろうか。培風館の物理学辞典では、「力の多角形(=1点に作用する複数の力の矢印を次々につないだときに出来る図形)が閉じて合力が0になるときには、これらの力はつり合っているといい、何も力が働かないのと同じである。」⁶⁾となっている。これを読むと教科書Bの定義に近いことがわかる。

ここで、この先の本稿における「力がつり合っている状態」「合力」の言葉をどんな定義の下で用いるか決めておきたい。そうしなければ読者が混乱することは必至だからであるが、あくまでも便宜上の措置であることをご承知置きたい。まず、「力がつり合っている状態」を「はたらく力のすべてを力の合成の法則を用いて合成した力が0である状態」とする。次に「合力」を「物体にいくつかの力が同時にはたらいているとき、これらの力の組と同じはたらきをするひとつの力」とする。すると、「力がつり合っている」ときに物体が「静止したまま」なのは「法則」となる。また、2力の「合力」が「平行四辺形の対角線に一致する」のも「法則」となる。前者を「力のつり合いの法則」、後者を「力の合成の法則」と呼ぶことにする。

4. 「2力のつり合いの法則」をどう教えるか

「2力のつり合いの法則」が、いつごろ誰によって発見されたのかははっきりした記録がない。しかし、古代、すでにこの法則は、後述する理由とともに、自然学者の間で承認されていたと考えられる。なぜなら、例えばアルキメデスは、「てこの法則」の証明の際に「2力のつり合いの法則」を前提として用いているからである。ちなみに、19世紀の物理学者E・マッハは、このアルキメデスの「てこの法則」の証明には欠陥があるとして批判している⁷⁾が、その矛先には「2力のつり合いの法則」は対象とされていない。「2力のつり合いの法則」は、経験の必要がない自明の法則だからである。その証明は次のようになされる。

ある静止した物体に対して、左向きの力と右向きの力が、一直線上に等しい大きさで同時にはたらいているとする。力には、それまで静止していた物体を動かすはたらきがあるので、この物体は左右のどちらかに動き始めるかもしれない。

しかし、その一方で、運動の原因である力のはたらき方が左右対称であることから、結果である運動も左右対称にならなければならないとも言える。左右対称の運動とは、この場合静止のまま(=運動しない)しかあり得ない。故に、結論として、この物体は左右のどちらにも動き出すことはない。以上、証明終わり。

このように、この法則は自然の対称性のみから導くことができるので完全である。しかし、この証明を中高生に教えるとなると、やや抽象度が高過ぎるとして躊躇する向きもあるだろう。

そこで、「2力のつり合いの法則」を、実験で確かめる方法を考えてみる。中学校教科書に載っているやり方も悪くはないが、出来ればばねばかりも物理天秤も他の法則も使わずに行うのが望ましい。以下に筆者の試案を述べる。

軽くて硬い棒とひもで天秤をつくる。天秤の一方の端に適当なおもさのおもりを吊るす。他方の端に別の物体を吊るし、ひもの位置を適当に調整して、天秤をつりあわせる。この物体を物体1と名付ける。(図3)

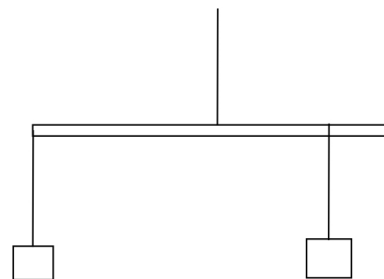


図3

次に、物体1を別の物体2に取り替えてこの天秤を再び吊りあわせる。第2の実験のひもの位置が、第1の実験のひもの位置と全く同じであったなら、物体1にはたらく重力の大きさと、物体2にはたらく重力の大きさは全く等しいということになる。

次の実験は簡単である。定滑車をひとつ用意し、前の実験で準備した物体1と物体2を糸で結んでこの定滑車の両側に吊るす。このとき、物体1・物体2(・糸)が静止したままなら、大きさが等しく向きが逆向きの2つの力は「つり合った」ことになる。(図4)

この実験の欠点は、運動物体にはたらく力の向きが一見「逆向き」には見えない点である。しかし、定滑車は運動や力の向きを変換する——この場合は180°——道具であることを思い出し、もし定滑車がなくて運動の向きが真っ直ぐだったらどうなるかを想像してみる。そうすると、運動物体

にはたらく2力は、確かに互いに逆向きになっていることが納得できる。

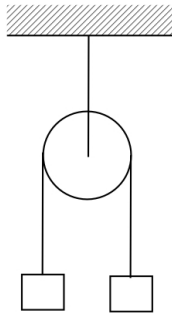


図4

「2力のつり合いの法則」を確かめる実験はこれ以外にも色々と考えられるように思う。しかし本来、「2力のつり合いの法則」は経験を必要としない「完全な法則」であるということは今一度強調しておきたい。

5. 「力の合成の法則(力の平行四辺形の法則)」をどう教えるか

それに対して、力の合成の法則(以下、力の平行四辺形の法則と呼ぶ)は、経験から導かれる法則である。何故このような法則が成り立つのかは誰にも説明できない。自然の構造がたまたまそのように出来ているということである。

経験法則の正しさは、それを裏付ける実験や観察技術の精度に密接に関係するので、あらかじめ法則の適用限界や誤差の存在を承知しておく必要がある。15～17世紀の西ヨーロッパの文化的状況と近代科学誕生の間の関係に関心を持つ山本義隆は、「経験的知識は完全なものではありえないし、また完全であることを標榜もしないから、経験の重視は知識の不断の改定の要求を伴い、したがって科学の進歩という観念を必然化させる。」⁸⁾と書いた。非常に重要な指摘である。

力の平行四辺形の法則が、明確に文献に書き記されたのはニュートン(1642-1726)の「プリンキピア」(1687)が最初である⁹⁾が、発見したのはオランダのステヴィン(1518-1620)と言われている。¹⁰⁾ また、フランスのバリニオン(1654-1722)は、ニュートンとは独立にこの法則にたどり着き、プリンキピアから7年後、論文をパリ・アカデミーに提出した。¹¹⁾ また、彼は非常に興味深い実験装置を制作している。(図5)

¹²⁾

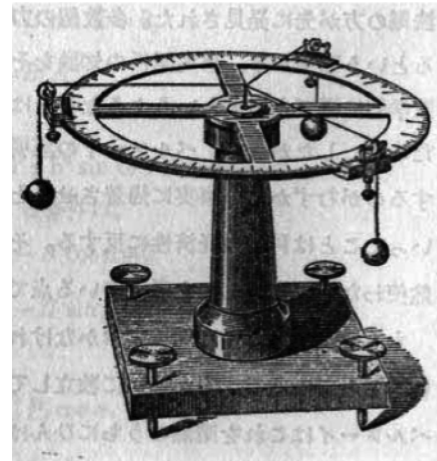


図5：バリニオンが実験に用いた装置

D・ベルヌーイ(1700-1782)は、本来「経験法則」であるこの「力の平行四辺形の法則」を、物理学的な力とは無関係な幾何学上の真理であると信じて、学会にその証明を提出した。しかし、今ではそれには誤りが含まれていたことがわかっている。¹³⁾

E・マッハ(1838-1916)は、前掲の有名な自著の中で、ニュートン力学の内容を、ニュートンの表現よりも「ずっと簡単で、方法的にずっと整然とし、かつ十分な表現でおきかえることができる」として、2つの定義と3つの経験法則の要素にまとめている。その4番目に「d 経験法則. たくさんの物体A, B, C, ...が1物体Kに与える加速度は、互いに無関係である。(力の平行四辺形の法則はこれからすぐに出てくる。)」と述べている。¹⁴⁾

このことは最初動力学で考えてそれから静力学に戻ると理解しやすいかも知れない。例えば、オシロスコープの陰極線管の中の電子の運動は、水平方向については水平方向の力だけで決定され、鉛直方向については鉛直方向の力だけで決定されている。この事実は、スクリーンに映る輝点の座標を読み取ることで確認できる。この性質は、直交する2方向以外の組み合わせでも成り立つ。つまり、ある方向の運動はその方向における力学的条件だけで決定され、他の方向の力学的条件とは無関係ということである。これは、力の平行四辺形の法則の別の表現のひとつである。

力の平行四辺形の法則は、力学の土台をなすいくつかの重要な経験法則のひとつである。その意味でも、初等中等教育で重視して指導すべき内容だと考える。中学校で既に教わっているからと安易に扱うのではなく、しっかりと計画的かつ実証的に指導するのが望ましいと筆者は考えている。

6. おわりに～「3力のつり合いの実験」を「力の合成の実験」に置き換える

「3力のつり合い」の問題は「力の合成の法則」を知って初めて理解できるという意味で「2力のつり合い」とは全く別のレベルの物理である。「力の合成」は中学校で一度扱われてはいるものの、高校ではさらに発展・深化した指導の研究が期待される場所である。

そのきっかけになることを願って、筆者の拙い実践を紹介して本稿を閉じる。

今、小物体に、力₁、力₂、力₃の3力がはたらいていて、小物体は静止しているとする。

力₁は机の端に固定した滑車を介して質量のわかっているおもりを吊した糸の張力、力₂と力₃はばねばかりが引く力である。

力₂と力₃の合力(=力₂と力₃が同時にはたらくのとじはたらきをするひとつの力)を合力₂₃とする。今、小物体は静止したままなので力₁と合力₂₃はつり合っている。前節で述べたように「2力のつり合いの法則」は「完全な法則」なので原理的に誤差は入り込まない。したがって合力₂₃は力₁と同じ直線上で反対向きに同じ大きさの矢印として正確に書くことができる。

次に力₂と力₃を隣り合う2辺とする平行四辺形とその対角線を書く。このとき重要なのは、すでに作図されている合力₂₃を意識せず平行四辺形を書くことである。(図6)

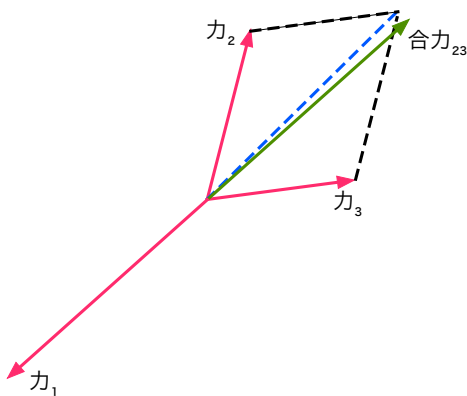


図6

出来上がった図形を見ると、平行四辺形の対角線と合力₂₃は、ほぼ一致するがわずかに誤差も存在することが確認できる。最後に授業者が「力の平行四辺形の法則」は経験法則なので、ある意味実験誤差が入り込むのはやむを得ないことを補足する。時間が許せば、合力₂₃の先端と平行四辺形の対角線の先端を結んだ線分の長さを測らせて誤差を定量化し、考察させるとよいだろう。

引用文献

- 1) 細谷治夫, 養老孟司, 他: 「自然の探究 中学校理科1」教育出版(2011 検定教科書)
- 2) 細谷治夫, 養老孟司, 他: 「自然の探究 中学校理科3」教育出版(2011 検定教科書)
- 3) 岡村定矩, 藤島昭, 他: 「新しい科学 3年」東京書籍(2011 検定教科書)
- 4) 國友正和, 他: 「物理基礎」数研出版(2011 検定教科書)
- 5) 高木堅志郎, 他: 「物理基礎」啓林館(2011 検定教科書), 他多数
- 6) 西川哲二, 他: 「物理学辞典(縮刷版)」培風館(1986) p1243-1244
- 7) 9) 10) 11) 12) 13) 14) E・マッハ, 1883, 伏見讓 訳(1969, 講談社): 「マッハ力学 力学の批判的發展史」 p9-22, 33, 29-30, 33, 42, 36-38, 229
- 8) 山本義隆: 「十六世紀文化革命 1・2」みすず書房(2007) p661